2026 全國空間資訊測量研習暨應用競賽題目解答

一、學科試題:

本試題依據「乙級工程測量技術士檢定」及「乙級地籍測量技術士檢定」之命題範圍及程度設計。

二、術科試題:

試題題目:工程、地籍測量之應用

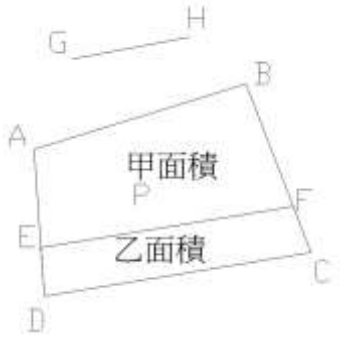
1. 如試題之圖所示，已知不規則四邊形 ABCD，今將土地 ABCD 分割成甲，乙兩塊土地，四邊形 ABFE 為甲面積，四邊形 EFCD 為乙面積，其中乙面積為 2366.097 m^2。且 $\overline{EF}$ 平行 $\overline{CD}$ 線段，其中 E 點在 $\overline{AD}$ 線上、F 點在 $\overline{BC}$ 線上。控制點 G 坐標 G(E_G，N_G，H_G)=(7402.299，5594.235，125.547) m、*H* 坐標(E_H，N_H)=(7421.482，5581.565)m，不規則四邊形 ABCD 設計高 H=132.000 m，設計高程四邊形 ABCD 土方不足量。
2. 已知 HD 設計高: 132.000 m，D 點樁號:1K+100 m，自 D 至 C 之設計坡度-8 %，依據 $\overline{DC}$ 段原本高程中計算無挖填土點位之樁號，將依現地實際情況，由大會於考試當日提供。

3. P 點位置為**測站點，請自行假設**。

4. 長度計算至 0.001m，角度計算至秒。

5 .觀測之數據與計算之數據不符者，該題零分計算。

6. 利用**全測站測距**。



試求相關數值

(1) P 坐標(E_P，N_P，H_P) m(15%)	(2) A 坐標(E_A，N_A，H_A) m(8%)	(3) B 坐標(E_B，N_B，H_B) m(8%)	(4) C 坐標(E_C，N_C，Hc) m(8%)
(5) D 坐標(E_D，N_D，H_D) m(8%)	(6) 四邊形 ABCD 面積(m^2)(7%)	(7) E 坐標(E_E，N_E) m(16%)	(8) F 坐標(E_F，N_F) m(8%)
(9) 若依設計高程四邊形 ABCD 土方不足量 (m^3) (10%)	(10) 依據 $\overline{DC}$ 段原本高程中計算無挖填土點位之樁號 (12%)		

表格一:角度觀測(∠GPH)

測站	測點	鏡位	度盤讀數			正倒鏡平均			水平角		
			°	'	"	°	'	"	°	'	"
P	G	正	0	01	00				0	00	00
		倒									
	H	正							27	19	14
		倒									

表格二:距離測量

距離名稱	往測(m)	返測(m)	距離平均(m)
$\overline{PG}$			48.746
$\overline{PH}$			48.597
$\overline{PA}$			47.714
$\overline{PB}$			46.855
$\overline{PC}$			51.702
$\overline{PD}$			90.481

表格三:角度觀測

測站	測點	鏡位	度盤讀數			正倒鏡平均			水平角		
			°	'	"	°	'	"	°	'	"
P	G	正	0	01	00				0	00	00
		倒									
	A	正							354	35	16
		倒									
	B	正							31	00	57
		倒									
	C	正							140	30	34
		倒									
	D	正							280	55	57
		倒									

一、 天頂距觀測數據如下:

對 G 點正鏡讀數: 86° 49’00”，倒鏡讀數: 273° 11’00”

對 A 點正鏡讀數: 89° 50’54”，倒鏡讀數: 270° 09’06”

對 B 點正鏡讀數: 90° 27’51”，倒鏡讀數: 269° 32’09”

對 C 點正鏡讀數: 89° 42’20”，倒鏡讀數: 270° 17’40”

對 D 點正鏡讀數: 88° 29’27”，倒鏡讀數: 271° 30’33”

二、 計算垂直角:

對 G 點天頂距平均值讀數 z_G= 86° 49’00”，垂直角讀數 α_G= 3° 11’00”

對 A 點天頂距平均值讀數 z_A= 89° 50’54”，垂直角讀數 α_A= 0° 09’06”

對 B 點天頂距平均值讀數 z_B= 90° 27’51”，垂直角讀數 α_B= -0° 27’51”

對 C 點天頂距平均值讀數 Z_C= 89° 42’20”，垂直角讀數 α_c= 0° 17’40”

對 D 點天頂距平均值讀數 Z_D= 88° 29’27”，垂直角讀數 α_D= 1° 30’33”

三、P 點儀器高: 1.402 (m)

四:請列出過程及數據:

(1) P 坐標(E_P，N_P，H_P) m (15%)= (7386.089 ， 5548.263 ， 121.434)m

1. $\angle GPH = \mathbf{27°19'14''}$
2. $\overline{GP} = \mathbf{48.746}$ m
3. $\overline{PH} = \mathbf{48.597}$ m
4. $\overline{GH} = \mathbf{22.98948431}$m
5. $\frac{\overline{\text{GH}}}{sin\angle\text{GPH}} = \frac{\overline{GP}}{sin\angle H} = \frac{\overline{\text{PH}}}{sin\angle G} = \frac{22.98948431}{sin(\mathbf{27°19'14''})} = \frac{48.746}{sin\angle H} = \frac{48.597}{sin\angle G}$

$\angle G = \mathbf{75°58'44''}$ ， $\angle H = \mathbf{76°42'02''}$

6. $\varphi_{\text{GH}} = \mathbf{123°26'39''}$ ， $\varphi_{\text{GP}} = \varphi_{\text{GH}} + \angle G = \mathbf{199°25'23''}$
7. $E_P = E_G + \overline{\text{GP}}\, sin\,\varphi_{GP} = 7386.089\ m$

   $N_P = N_G + \overline{GP}\, cos\,\varphi_{GP} = 5548.263\ m$
8. $H_G = H_P + \overline{GP}\, tan\,\alpha_G + i_P$

   $125.547 = H_P + 2.711 + 1.402$

   $H_P = 121.434\ m$

(2) A 坐標(E_A，N_A，H_A) m(8%)= (7397.641 ， 5594.557 ， 122.962)m

1. ∠GPA=$\mathbf{354°35'16''}$
2. $\overline{\text{PA}}\, m = 47.714\, m$
3. $\varphi_{\text{PG}} = \mathbf{19°25'23''}$ ，$\varphi_{\text{PA}} = \varphi_{\text{PG}} + \angle GPA = \mathbf{14°00'39''}$
4. $E_A = E_P + \overline{\text{PA}}\, sin\,\varphi_{\text{PA}} = 7397.641\, m$

   $N_A = N_P + \overline{\text{PA}}\, cos\,\varphi_{\text{PA}} = 5594.557\, m$
5. $H_A = H_P + \overline{\text{PA}}\, tan\,\alpha_A + i_P$

   $\text{H}_A = 121.434 + 0.1263 + 1.402$

   $H_A = 122.962\ m$

(3) B 坐標(E_B，N_B，H_B) m(8%)= (7422.211 ， 5578.105 ， 122.456)m

1. ∠GPB=$\mathbf{31°00'57''}$
2. $\overline{\text{PB}}\ m$ =46.855 m
3. $\varphi_{\text{PB}} = \varphi_{\text{PG}} + \angle GPB = \mathbf{50°26'20''}$
4. $E_B = E_P + \overline{\text{PB}}\, sin\,\varphi_{\text{PB}} = 7422.211\ m$

   $N_B = N_P + \overline{\text{PB}}\, cos\,\varphi_{\text{PB}} = 5578.105\ m$
5. $H_B = H_P + \overline{\text{PB}}\, tan\,\alpha_B + i_P$

   $\text{H}_B = 121.434 - 0.3796 + 1.402$

   $H_B = 122.456\ m$

(4) C 標(E_C，N_C，H_C) m(8%)= (7403.829 ， 5499.700 ，123.102)m

1. ∠GPC = $\mathbf{140°30'34''}$
2. $\overline{\text{PC}}\, m = 51.702\, m$

3. $\varphi_{PC} = \varphi_{PG} + \angle GPC =$ **$159°55'57''$**

4. $E_C = E_P + \overline{PC}\, sin\, \varphi_{PC} =$ $7403.829m$

$N_C = N_P + \overline{PC}\, cos\, \varphi_{PC} =$ $5499.700\, m$

5. $H_C = H_P + \overline{PC}\, tan\, \alpha_C + i_P$

H_C $= 121.434 + 0.2657 + 1.402 = 123.102m$

(5) D 坐標(E_D，N_D，H_D) m(8%)= (7308.012 ， 5593.988 ， 125.220) m

1. ∠GPD = **$280°55'57''$**

2. $\overline{PD}\, m$ $= 90.481\, m$

3. $\varphi_{PD} = \varphi_{PG} + \angle GPD =$ **$300°21'20''$**

4. $E_D = E_P + \overline{PD}\, sin\, \varphi_{PD} =$ $7308.012\ m$

$N_D = N_P + \overline{PD}\, cos\, \varphi_{PD} =$ $5593.988\ m$

5. $H_D = H_P + \overline{PD}\, tan\, \alpha_D + i_P$

H_D $=$ 121.434 $+$ 2.3838 $+$ $= 1.402$ m

$H_D =$ $125.220\ m$

(6) 四邊形 ABCD 面積(m^2)(7%)= 5367.186 m^2

1. 四邊形 ABCD 面積=$\frac{1}{2}\left|\begin{matrix} N_A & N_B & N_C & N_D & N_A \\ E_A & E_B & E_C & E_D & E_A \end{matrix}\right|$= 5367.186 m^2

(7) E 坐標(E_E，N_E) m(16%)=(7336.343 ， 5594.168)m

將 $\overline{AD}$ 及 $\overline{BC}$ 延伸交於 Q 點



1. $m_{AD} = \frac{N_D - N_A}{E_D - E_A} = \frac{5593.988 - 5594.557}{7308.012 - 7397.641} =$ 0.006348391704

2. $\overline{AD}$ 方程式：N - 5594.168 = 0.006348391704 (E - 7397.641)

-0.006348391704 E + N = 5547.205 -----(1)

3. $m_{BC} = \frac{N_C - N_B}{E_C - E_B} = \frac{5499.700 - 5578.105}{7403.829 - 7422.211} =$ 4.265313894

4. $\overline{BC}$ 方程式：N - 5578.105 = 4.265313894 (E - 7422.211)

-4.265313894 E + N = -26079.9547 -----(2)

5. (1)(2)聯立: $E_Q =$ 7426.111 m ，$N_Q =$ 5594.738 m

依國中數學觀念相似三角形面積比等於對邊長平方比及高職一年級數學分點公式計算:

6. ΔQCD = $\frac{1}{2}\left|\begin{matrix} N_Q & N_C & N_D & N_Q \\ E_Q & E_C & E_D & E_Q \end{matrix}\right|$= 5603.611 m^2

已知四邊形 EFCD= 2366.097 m^2

∴ ΔQEF = ΔQCD-四邊形 EFCD

= 5603.611 - 2366.097 = 3237.514 m^2

7. $k = \sqrt{\frac{\Delta QEF}{\Delta QCD}} = \sqrt{\frac{3237.514}{5603.611}} =$ 0.7601019348

$E_E = E_Q + k(E_D - E_Q) =$ 7426.111 + 0.7601019348 (7308.012 − 7426.111)
$=$ 7336.343 m

$N_E = N_Q + k(N_D - N_Q) =$ 5594.738 + 0.7601019348 (5594.738 − 5594.738)
$=$ 5594.168 m

另解 Q 點坐標:

1. $\varphi_{DC} =$ **134°32′23″** ，$\varphi_{CD} =$ **314°32′23″** ， $\overline{DC} =$ 134.429 m
   $\varphi_{DA} = \varphi_{DQ} =$ **89°38′12″** ， $\overline{DA} =$ 89.631 m
2. $\angle C = \angle DCQ = \varphi_{CB} - \varphi_{CD} =$ **13°11′41″** − **314°32′23″** = **58°39′18″**
3. $\angle D = \angle QDC = \varphi_{DC} - \varphi_{DA} =$ **134°32′23″** − **89°38′12″** = **44°54′11″**
4. $\angle Q = \angle CQD = 180° - \angle C - \angle D =$ **76°26′31″**
5. $\frac{\overline{CD}}{sin\angle CQD} = \frac{\overline{QD}}{sin\angle DCQ} = \frac{134.429}{sin(\mathbf{76°26'31''})} = \frac{\overline{QD}}{sin(\mathbf{58°39'18''})}$ ，$\overline{QD} =$ 118.100 m

6. $E_Q = E_D + \overline{QD}\, sin\,\varphi_{DA} =$ 7426.111
   $N_Q = N_D + \overline{QD}\, cos\,\varphi_{DA} =$ 5594.738 m
7. $k = \frac{\overline{QE}}{\overline{QD}} = \frac{\overline{QE}}{118.100}$ ，$\overline{QE} =$ 89.768 m
8. ∵ $\varphi_{QD} = \varphi_{QE} =$ **269°38′12″**
   $E_E = E_Q + \overline{QE}\, sin\,\varphi_{QE} =$ 7336.343 m
   $N_E = N_Q + \overline{QE}\, cos\,\varphi_{QE} =$ 5594.168 m

(8) F 坐標(E_F，N_F) m(8%)=(7409.175 ， 5522.499) m

1. $k = \sqrt{\frac{\Delta QEF}{\Delta QCD}} = \sqrt{\frac{3237.514}{5603.611}} =$ 0.7601019348

2. $\frac{\overline{CD}}{sin\angle CQD} = \frac{\overline{QC}}{sin\angle QDC} = \frac{134.429}{sin(\mathbf{76°26'31''})} = \frac{\overline{QC}}{sin(\mathbf{44°54'11''})}$ ，$\overline{QC} =$ 97.615 m

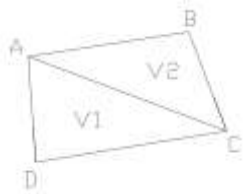
3. $k = \frac{\overline{QF}}{\overline{QC}} = \frac{\overline{QF}}{97.615}$ ，$\overline{QF} =$ 74.197 m

4. ∵ $\varphi_{QC} = \varphi_{QF} =$ **193°11′42″**
   $E_F = E_Q + \overline{QF}\, sin\,\varphi_{QF} =$ 7409.175 m
   $N_F = N_Q + \overline{QF}\, cos\,\varphi_{QF} =$ 5522.499 m

(9) 若依設計高程四邊形 ABCD 土方不足量(m^3) (10%)= 45245.243 m^3

$\Delta ACD = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} N_A & N_C & N_D & N_A \\ E_A & E_C & E_D & E_A \end{vmatrix} =$ 4252.729 m^2

$\Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} N_A & N_B & N_C & N_A \\ E_A & E_B & E_C & E_A \end{vmatrix} =$ 1114.457 m^2



$H_A =$ 122.962 m， $H_B =$ 122.456 m，$H_C =$ 123.102 m，$H_D =$ 125.220 m

分析(1) 四角棱柱法（平均高程法）(2) 三角棱柱法（劃分三角形法）--採用此法

1. 第一種方法：四角棱柱法（平均高程法）

原理：將四邊形範圍內的土體視為一個整體，直接取四個頂點施工高度的平均值，乘以總面積。

缺點：它假設這四個點構成的頂面是一個規則的平滑曲面。如果這四個點**不在同一個平面上**（實際地形通常如此），計算出來的結果就會有較大的近似誤差。

適用場景：地形非常平坦、各點高程差極小，或是初步快速估算時。

2. 第二種方法：三角棱柱法（劃分三角形法）

原理：不論地形多複雜，任意三個點一定能構成一個絕對的平面。因此，沿對角線將四邊形拆解為兩個三角形來分開計算，再將兩者相加。

優點：**精確度明顯高於第一種**。它能更真實地模擬地表的起伏（例如對角線剛好是山脊線或山谷線的情況）。

適用場景：地形起伏較大、四個點高程差明顯，或需要精確計算土方量使用。

$$V_{原土方量} = V_1 + V_2$$

$$其中 V_1 = \Delta \text{ACD} \times \frac{1}{3}(H_A + H_C + H_D) = 4252.729 \times \frac{1}{3}(122.962 + 123.102 + 125.220)$$

$$\text{V}_1 = \ 526323.411\ \text{m}^3$$

$$\text{V}_2 = \Delta \text{ABC} \times \frac{1}{3}(H_A + H_B + H_C)$$

$$= \ 1114.457\ \times \frac{1}{3}(\ 122.962\ +\ 122.456\ +\ 123.102\ )$$

$$\text{V}_2 = \ 136899.898\ \text{m}^3$$

$$V_{原土方量} = \ 663223.309\ \text{m}^3$$

$$V_{設計土方量} = 四邊形 \text{ABCD 面積} \times H_{設計高程} = \ 5367.186\ \times\ 132\ =\ 708468.552\ \ m^3$$

$$設計高程土方不足量 = V_{設計土方量} - \text{V}_{原土方量} = \ 708468.552\ -\ 663223.309$$

$$=\ 45245.243\ \ m^3$$

(10) 依據$\overline{DC}$ 段原本高程中計算無挖填土點位之樁號(12%)

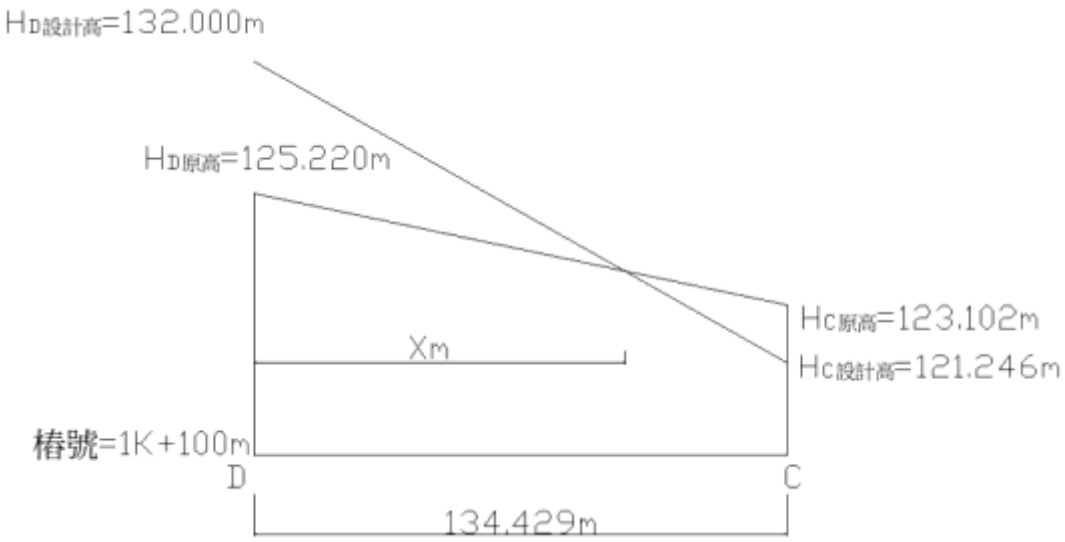
$\overline{DC}$ 段中計算無挖填土點位之樁號(12%)= $1K+205.534$

依坡度-8%設計：

已知$H_D = 132.000\ m$，$H_C = 132.000 + (-8\% \times 134.429) = 121.246\,m$，

D 點設計高: 132.000m

設無挖填土方之中心樁與 D 點距離 Xm：



$$132.000 - X \times \frac{8}{100} = 125.220 + X \times \frac{123.102 - 125.220}{134.429}$$

$$6.78 = 0.0642447106\,X$$

$$X = 105.534m$$

樁號：$1K + 100 + 105.534 = 1K + 205.534$

請將答案填入表格中 學校編號:____

(1)P 坐標(E_P，N_P，H_P)m(15%) E_P=__7386.089____**m** N_P=__5548.263____**m** H_P=___121.434____**m**	(2)A 坐標(E_A，N_A，H_A)m(8%) E_A=__7397.641____**m** N_A=__5594.557____**m** H_A=___122.962____**m**	(3)B 坐標(E_B，N_B，H_B)m(8%) E_B=__7422.211____**m** N_B=__5578.105____**m** H_B=___122.456____**m**	(4)C 坐標(E_C，N_C，H_C)m(8%) E_C=__7403.829____**m** N_C=__5499.700____**m** H_C=___123.102____**m**
(5)D 坐標(E_D，N_D，H_D) m(8%) E_D=__7308.012____**m** N_D=__5593.988____**m** H_D=___125.220____**m**	(6)四邊形 ABCD 面積(m^2) (7%) ___5367.186___**m^2**	(7) E 坐標(E_E，N_E) m(16%) E_E=__7336.343____**m** N_E=__5594.168____**m**	(8) F 坐標(E_F，N_F) m(8%) E_F=__7409.175____**m** N_F=__5522.499____**m**
(9) 若依設計高程四邊形 ABCD 土方不足量(m^3) (10%) ____45245.243____**m^3**	(10) 依據 $\overline{DC}$ 段原本高程中計算無挖填土點位之樁號(12%) __1K+205.534_		

術科總分:_____分